Задания для подготовки к олимпиаде

1. Вычислите:

$$\left(\left(\frac{7}{9}-\frac{47}{72}\right):1{,}25+\left(\frac{6}{7}-\frac{17}{28}\right):(0{,}358-0{,}108)\right)\cdot 1{,}6-\frac{19}{25}=$$

2. Найти $3\cdot(x+y)-z$, если (x; y; z) – решение системы уравнений $\begin{cases} x+y+z=3 \\ x^2+y^2+z^2=3 \end{cases}$

3. В трапеции ABCD длины оснований AD=24 см, BC=8 см, длины диагоналей AC= 3 см, BD=$5\sqrt{17}$ см. Найти площадь трапеции.

4. Гриша, Люда, Зина, Петя родились 12 февраля, 6 апреля, 12 июня, 26 июня. Интересно, что Петя и Люда родились в одном месяце, а Зина и Петя родились в один и тот же день разных месяцев. Когда родился Гриша?

5. В очереди в школьный буфет стоят Вика, Соня, Боря, Денис и Алла. Вика стоит впереди Сони, но после Аллы, Боря и Алла не стоят рядом, Денис не находится рядом ни с Аллой, ни с Викой, ни с Борей. Кто последний в этой очереди?

6. Среди фотографий детских лет в альбоме выбрали четыре – в возрасте 10, 11, 12, 13 лет. На какой-то фотографии из четырех девочка была с кошкой, на какой-то – с собакой, на какой-то – с кроликом, на какой-то – с попугаем. Сколько лет было девочке, когда она фотографировалась с кошкой, если известно, что в 11 лет она фотографировалась не с кошкой и не с кроликом; с попугаем она фотографировалась в 10 лет, с кошкой – не в 12 лет, в 13 лет – не с собакой?

7. Во сколько раз лестница с первого этажа на шестнадцатый длиннее лестницы с первого этажа на четвертый этаж дома?

8. Какой угол образуют стрелки часов в 12 часов 20 минут?

9. Вертикальная мачта поддерживается четырьмя канатами, прикрепленными к ней на расстоянии 16 м от земли и к земле на расстоянии 12 м от основания мачты. Сколько метров каната потребовалось для укрепления мачты, если на узлы пошло 10 м?

10. Четыре школьника сделали в магазине покупки: первый купил пенал и ластик, заплатив 40руб.; второй купил ластик и карандаш, заплатив 12 руб.; третий купил пенал, карандаш и 2 тетради, заплатив 50 руб.; четвертый купил пенал и тетрадь. Сколько заплатил четвертый школьник?

11. В семье 4 детей, им 5, 8, 13 и 15 лет, а зовут их Таня, Юра, Света и Лена. Сколько лет Лене, если одна девочка ходит в детский сад, Таня старше, чем Юра, а сумма лет Тани и Светы делится на 3?

12. Какое из чисел больше: $3^{203} + 2^{303}$ или $3^{201} + 2^{305}$?

Решение:

Вычтем из одного числа другое: $(3^{203} + 2^{303}) – (3^{201} + 2^{305}) = 3^{201}(3^2 – 1) – 2^{303}(2^2 – 1) =$

$= 2^3 3^{201} – 3 \cdot 2^{303} = 3 \cdot 2^3 \times (3^{200} – 2^{300}) = 3 \cdot 2^3 \cdot (9^{100} – 8^{100}) > 0.$

Значит, число $3^{203} + 2^{303}$ больше.